České Vysoké Učení Technické v Praze, Fakulta Elektrotechnická

Semestrální práce z předmětu AMS

Návrh regulátoru pro podélný model letadla F16

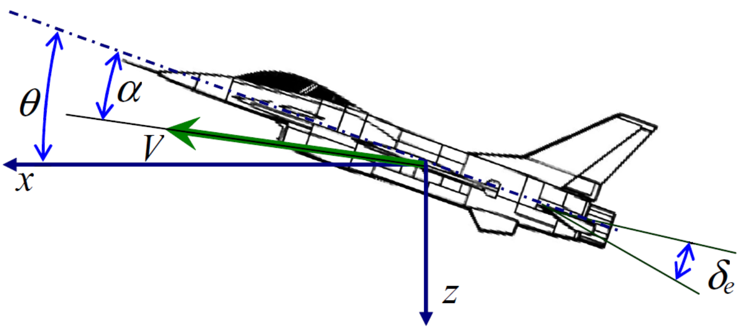
Michal Dvořák

17. ledna 2008

1 Úvod

Cílem této práce je návrh regulátoru pro podélný model letadla F16 pomocí algebraických metod syntézy. Je uvažován linearizovaný model letadla, který má na vstupu úhel vychýlení výškového kormidla δ a výstupem je podélný sklon letadla θ. Linearizovaný podélný model je systém čtvrtého řadu se stavovými veličinami

v	-	rychlost [ft/s],
α	-	uhel náběhu [deg],
θ	-	uhel sklonu letdla [deg],
q	-	úhlová rychlost [rad/s].



Obrázek 1: Souřadný systém podélného modelu letadla F16.

Pro linearizaci byl zvolen pracovní bod $\mathbf{x}_0 = [500, 0.0393, 0.0393, 0]$. Výsledný přenos je

$$S = \frac{10.31s^2 + 10.82s + 0.2301}{s^4 + 2.119s^3 + 0.3982s^2 + 0.009158s - 0.006707}. \tag{1}$$

2 Návrh PI regulátoru

Pro systém $S = B/A$ hledáme všechny stabilizující PI regulátory ve tvaru

$$R = \frac{Y}{X} = r_0 + \frac{r_1}{s}. \tag{2}$$

Polynomy A, B rozšíříme na stabilní a ryzí racionální funkce vydělením polynomem $C = (s+1)^4$. Vyřešíme Bezoutovu rovnici

$$\frac{A}{C}X + \frac{B}{C}Y = 1 \tag{3}$$

Tato rovnice byla vyřešena pomocí funkce `axbyc` z polynomiálního toolboxu pro Matlab. Jelikož již známe jedno řešení, můžeme zapsat množinu všech stabilizujících regulátorů ve tvaru

$$R = \frac{Y_0 - \frac{A}{C}W}{X_0 + \frac{B}{C}W}, \tag{4}$$

kde W je libovolná stabilní a ryzí racionální funkce. Protože však hledáme pouze PI regulátory musí platit rovnost

$$R = \frac{Y_0 - \frac{A}{C}W}{X_0 + \frac{B}{C}W} = r_0 + \frac{r_1}{s}. \tag{5}$$

Vyřešením této rovnice získáme funkci W s parametry r_0, r_1. Aby byla funkce W stabilní, musí mít její jmenovatel

$$\begin{aligned} W_{DEN} \;=\; & 0.721e20s^5 + 0.153e21s^4 + (0.743e21r0 + 0.287e20)s^3 + \\ & +(0.743e21r1 + 0.780e21r0 + 0.660e18)s^2 + \\ & +(-0.483e18 + 0.780e21r1 + 0.166e20r0)s + 0.166e20r1 \end{aligned} \tag{6}$$

všechny kořeny stabilní. Pro testování stability použijeme Routhovo kritérium stability, které říká, že polynom má všechny kořeny stabilní, pokud jsou všechny Routhovy koeficienty kladné. Pro polynom ve tvaru

$$a_n + a_{n-1}s^4 + a_{n-2}s^3 + a_{n-3}s^2 + a_{n-4}s + a_{n-5} \tag{7}$$

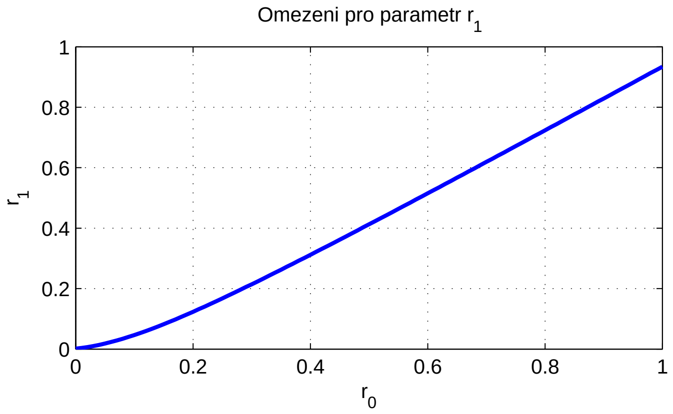
sestavíme tabulku koeficientů

$$\left|\begin{array}{c|ccc} s^5 & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ s^4 & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ s^3 & b_{n-2} & b_{n-4} & \\ s^2 & c_{n-3} & c_{n-5} & \\ s^1 & f_1 & & \\ s^0 & g_0 & & \end{array}\right. \tag{8}$$

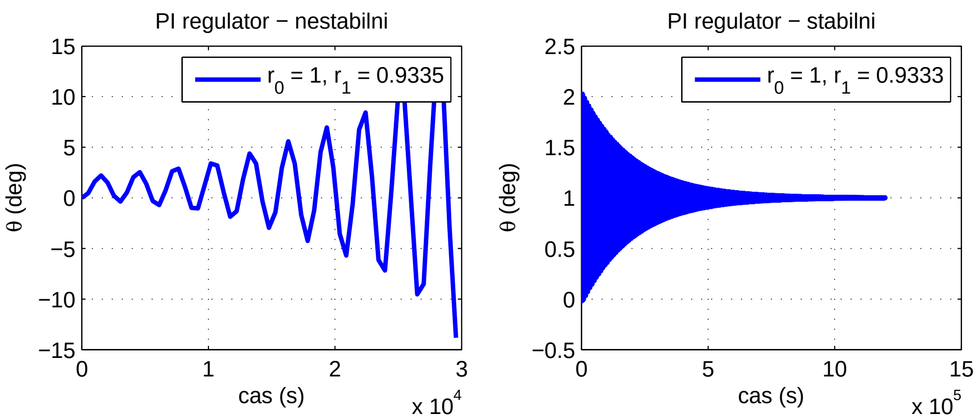
Tyto koeficienty byly vyhodnoceny v Matlabu a nejdůležitější omezení má tvar

```
r_1 < 0.108e-1*r0-0.187+0.385e-4*(0.759e9*r0^2+0.490e8*r0+0.239e8)^(1/2).
```

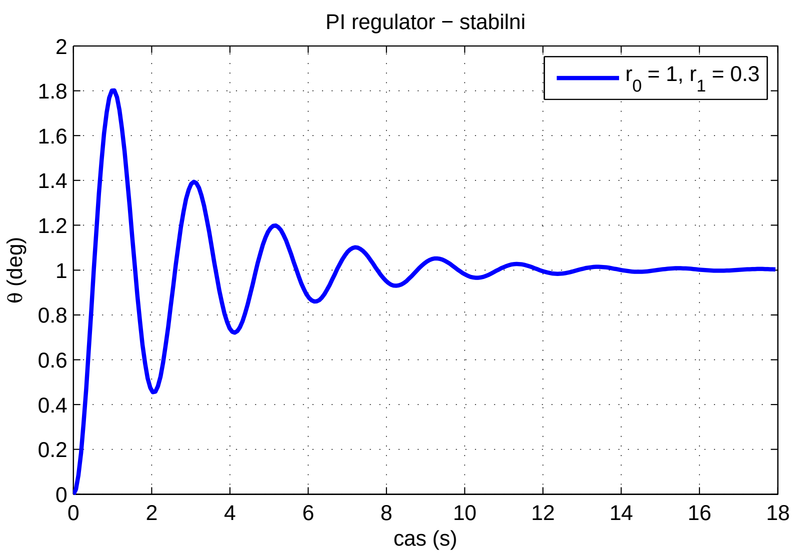
Toto omezení je na obr.2 a plyne z něj, že je třeba volit parametr r_1 s dostatečnou rezervou menší než parametr r_0. Platnost tohoto omezení je demonstrována na obr.3, kde pro parametr $r_0 = 1$ byl vypočteno omezení $r_1 < 0.9334$. Skutečně, pokud r_1 nepatrně zmenšíme či zvětšíme, odezva je stabilní nebo nestabilní. Na obr.4 je odezva pro parametry volené s dostatečnou rezervou.



Obrázek 2: Omezení pro parametr r_1 - musí ležet pod čarou grafu.



Obrázek 3: Demonstrace omezení pro parametry regulatoru.



Obrázek 4: Odezva systému s PI reg.

3 Návrh LQ regulátoru

Hledáme regulátor, který minimalizuje kritérium

$$J = \int_0^t (qu^2 + ry^2)dt, \tag{9}$$

kde q a r jsou váhové parametry. Pro systém s přenosem $S = b/a$ nalezneme regulátor $R = y/x$ řešením soustavy

$$\begin{aligned} a^*qa + b^*rb &= gg^* & (10) \\ ax + by &= g. & (11) \end{aligned}$$

Byly vypočteny 3 regulátoru s různými parametry. Při řešení byla opět použita funkce `axbyc`.

- $r = 1, q = 1$

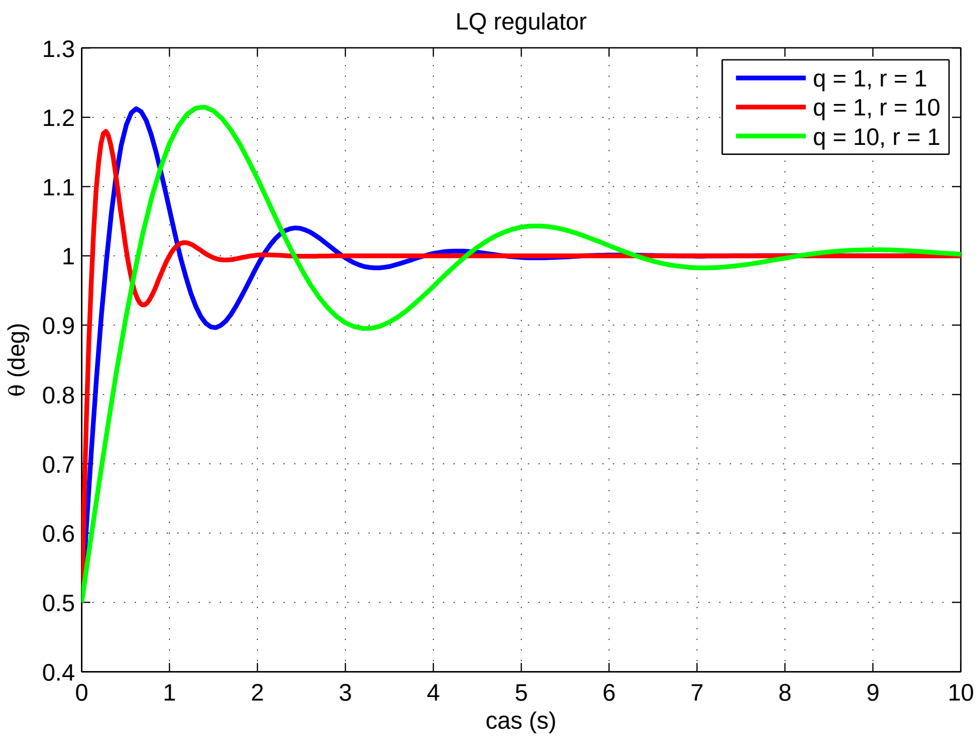
$$R_1 = \frac{-0.01182s^3 - 0.1112s^2 - 0.4588s - 1}{0.1219s + 0.01591} \tag{12}$$

- $r = 10, q = 1$

$$R_2 = \frac{-0.004479s^3 - 0.1023s^2 - 0.7956s - 3.162}{0.0462s + 0.005218} \tag{13}$$

- $r = 1, q = 10$

$$R_3 = \frac{-0.02759s^3 - 0.1311s^2 - 0.2719s - 0.3162}{0.2845s + 0.04768} \tag{14}$$



Obrázek 5: Odezva systému s LQ reg.

4 Závěr

Pomocí algebraických metod syntézy bylo nalezeno omezení pro všechny stabilizující PI regulátory. Regulace PI regulátorem však není příliš kvalitní. Jak je vidět na obr.4, odezva systému je velmi kmitavá. Oproti tomu navržené LQ regulátory obr.5 dosahují znatelně lepších výsledků. Nižší překmit a kratší dobu regulace. Jejich nevýhodou může být obtížnější realizace oproti PI regulátoru.